

CAPÍTULO 2

LAS PRÁCTICAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN INICIAL AL DISEÑAR TAREAS ASOCIADAS A LA FRACCIÓN

Curricular integration in a mathematics teacher training program: geometric thought

ELIZABETH HURTADO MARTÍNEZ

Universidad de la Amazonia, Magister en Docencia de las Matemáticas, Docente Planta Tiempo Completo, Licenciatura en Matemáticas, Colectivo de Investigación en Educación Matemática – CIEM.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9374-4145>

Link Google Scholar: https://scholar.google.com/citations?view_op=list_works&hl=es&user=P3ZHFdEAAAAJ

Link Researchgate: <https://www.researchgate.net/profile/Elizabeth-Hurtado-Martinez>

Email institucional: e.hurtado@udla.edu.co

JUAN ALEXANDER TRIVIÑO QUICENO

Universidad de la Amazonia, Magister en Docencia de las Matemáticas, Docente Planta Tiempo Completo, Licenciatura en Matemáticas, Colectivo de Investigación en Educación Matemática – CIEM.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0500-7968>

Link Google Scholar: <https://scholar.google.com/citations?hl=es&user=z3vBIMAAAAAJ>

Link Researchgate: <https://www.researchgate.net/profile/Juan-Trivino-Quiceno>

Email Institucional: j.trivino@udla.edu.co

BRAYAN ESNEYDER BONILLA LOSADA

Institución Educativa Domingo Savio de Florencia, Licenciado en Matemáticas y Física, Docente en Ejercicio, Educación Secundaria y Media, Colectivo de Investigación en Educación Matemática – CIEM. Email: cacha.170799@gmail.com

Citación: Hurtado Martínez, E.; Triviño Quiceno, J. A. y Bonilla Losada, B.E. (2023). Las prácticas del profesor de matemáticas en formación inicial al diseñar tareas asociadas a la fracción. En Universidad de la Amazonia - UNIAMAZONIA. *Investigación interdisciplinaria Universidad de la Amazonia - Libro resultado de investigación*. (1er edición. pp. 146). Editorial Universidad de la Amazonia. DOI:10.47847/9786287693098.2

RESUMEN

El documento registra el proceso de diseño de una tarea para la enseñanza de la fracción a partir del modelo curricular Análisis Didáctico (Rico, 1997; Gómez y Rico, 2002; Gómez, 2014; Cañadas et al., 2016; Hurtado et al. 2016) por profesores de matemáticas en formación inicial. El proceso de diseño curricular se realizó en el marco del desarrollo del proyecto de investigación “Las Prácticas Pedagógicas y su Impacto en la Formación Inicial de Profesores en la Licenciatura en Matemáticas y Física” liderado por el colectivo de investigadores en educación matemática CIEM de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de la Amazonía. La participación de los profesores de matemáticas en formación inicial en la investigación les ha permitido fortalecer la competencia de planificación curricular. El documento constituye un aporte para mejorar los procesos de enseñanza en el aula de matemáticas, a partir de la incorporación de tareas que respondan a la necesidades y particularidades de los contextos que les dan sentido a los procesos formativos.

Palabras claves: Estructura conceptual, sistemas de representación, fenomenología, objetivos de aprendizaje, capacidades, competencias, tareas.

ABSTRACT

The document records the process of designing a task for teaching the fraction based on the Didactic Analysis curricular model (Rico, 1997; Gómez and Rico, 2002; Gómez, 2014; Cañadas et al., 2016; Hurtado et al., 2016) by mathematics teachers in initial training. The curricular design process was carried out within the framework of the development of the research project "Pedagogical Practices and their Impact on the Initial Training of Teachers in the Degree in Mathematics and Physics" led by the group of researchers in mathematics education CIEM of the Degree in Mathematics from the University of the Amazon. The participation of mathematics teachers in initial training in the research has allowed them to strengthen their curricular planning competence. The document constitutes a contribution to improve the teaching processes in the mathematics classroom, based on the incorporation of tasks that respond to the needs and particularities of the contexts that give meaning to the formative processes.

Keywords: Conceptual structure, representation systems, phenomenology, learning objectives, abilities, skills, tasks.

INTRODUCCIÓN

El modelo curricular Análisis Didáctico le ofrece al profesor información relevante para tomar decisiones sobre el proceso de planeación curricular. El modelo sugiere al profesor de matemáticas profundizar en el estudio de las matemáticas escolares (análisis de contenido) que le permita decidir sobre los temas y formas de abordar el estudio de los mismos en el aula de matemáticas, igualmente definir lo que esperan que aprendan los escolares (Análisis Cognitivo), en términos de expectativas de aprendizaje, las formas de lograrlo (Análisis de la Instrucción) y de evaluar los aprendizajes (Análisis de la Actuación). Los profesores en formación para comprender el análisis de contenido y sus organizadores curriculares estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología (Cañadas et al. 2016), indagaron fuentes documentales que les permitió conocer diferentes significados de la fracción. La fracción como parte todo (Mancera, 1992; Obando, 2003; Perera y Valdemoros, 2007), la fracción como medida (Calderón y Quiroz, 2018; Valdemoros, 2010), la fracción como razón (Freudenthal, 1994), la fracción como operador (Quiroz y Vanegas; 2009), la fracción como probabilidad (Calderón y Quiroz, 2018), la fracción como número racional (Fandiño, 2005), la fracción como cociente y porcentaje (Calderón y Quiroz, 2018).

Para la fenomenología desde Gómez (2007), Cañadas et. al. (2018), los profesores se preguntaron ¿Qué fenómenos dan sentido a mi tema? (fenómenos), ¿Qué subestructuras permiten organizar los fenómenos que dan sentido a mi tema? (subestructuras), ¿Para qué se utiliza mi tema? ¿A qué problemas da respuesta? (contextos fenomenológicos), ¿Qué características comparten los fenómenos que dan sentido al tema?, ¿Qué subestructuras se relacionan con qué contextos fenomenológicos? (características estructurales y relación entre subestructuras y contextos fenomenológicos) y en ¿En qué situaciones está presente mi tema? (contextos PISA 2012).

Las expectativas de aprendizaje en el análisis cognitivo se definieron desde los aportes de González y Gómez (2013), abordando las preguntas ¿Qué esperamos que aprendan los escolares sobre fracciones?, ¿Qué capacidades se espera fortalecer en la formación matemática de los escolares desde las fracciones?, ¿A qué competencias matemáticas se espera contribuir?, ¿Qué obstáculos pueden encontrar en este proceso de aprendizaje?, ¿Cómo se puede facilitar este aprendizaje?

El análisis instrucción se abordó desde Gómez et al. (2014), Flores et al. (2013). En este análisis los profesores diseñaron tareas matemáticas (Christiansen, 1986; Giné y Llena, 2003), materiales y recursos (Carretero et al., 1995). Finalmente, el análisis de la actuación se realizó acogiendo la

evaluación formativa desde Popham (1990); Castillo y Cabrerizo (2003); Zambrano (2014); Stenhouse (1984); Bordas y Cabrera (2001); Stiggins (2002); Eisner (2002); Litwin (2005); Freire (2002); Carr (2005); Moreno y Ortiz (2008); Flores y Gómez (2009); y Zambrano (2014), la evaluación de los aprendizajes en matemáticas desde Rico (1997).

Planteamiento del problema y justificación

Los aportes de las investigaciones muestran que existen dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Flores (2010), menciona que uno de los conceptos matemáticos que más dificultades presentan en el proceso de aprendizaje en la educación básica corresponde al de las fracciones. Macarena (1992), señala que una de las problemáticas en el aprendizaje de la fracción lo constituye el símbolo $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, donde a y b son números enteros; ya que esta representación está asociada a una multiplicidad de significados (homonimia), de tal forma, que puede ser una razón, un número racional, un operador e incluso representar una proporcionalidad. En la misma línea Obando (2003), expresa que en el aula de matemáticas:

al poner la atención en actividades de partir y contar, los alumnos centran el proceso de conceptualización en el número natural y no en la fracción como tal. En efecto, al centrar la atención en el número de partes que representa el numerador y el número de partes que representa el denominador — y no en la relación cuantitativa entre las cantidades de magnitud de la parte y el todo—, se piensa la fracción como dos números naturales separados por una rayita (vínculo) y no como una relación cuantitativa entre la parte y el todo. (p. 169).

La realidad expresada por los autores, justifica la importancia de explorar en el aula de clases la diversidad de significados de la fracción, que le permitan a los escolares verla más allá de una relación entre dos números naturales. Con elementos expuestos se aborda como pregunta ¿Cómo diseñar y gestionar tareas matemáticas asociadas al contenido fracción en la búsqueda de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula?

METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la investigación se diseñó la siguiente estructura metodológica:

- ✓ Fase I: Conceptualización: En esta fase se abordó el estudio del modelo curricular análisis didáctico con el propósito de asumirlo como sustento para el diseño de una tarea matemática.

- ✓ Fase II: Diseño: En esta fase se diseñaron tareas matemáticas a partir del modelo curricular análisis didáctico.
- ✓ Fase III: Sistematización: En esta fase se describieron las prácticas de enseñar matemáticas que pusieron en juego los profesores para para el diseño de la tarea y las reflexiones que surgieron del proceso.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente apartado se registran los resultados alcanzados en el proceso de diseño, gestión y evaluación de **la unidad didáctica** Fracciones, de manera particular los referidos a la construcción, gestión y evaluación de una tarea matemática. Los resultados se presentan a partir de la estructura del ciclo del análisis didáctico.

Resultados referidos al análisis de contenido

En la figura 1, se pueden identificar las relaciones entre las estructuras y subestructuras matemáticas asociadas al concepto fracción a partir de sus diferentes significados, en la figura 2, la diversidad en su representación y en la tabla 1, su fenomenología.

Figura 1.

Mapa conceptual: Diferentes significaos asociados a las fracciones.

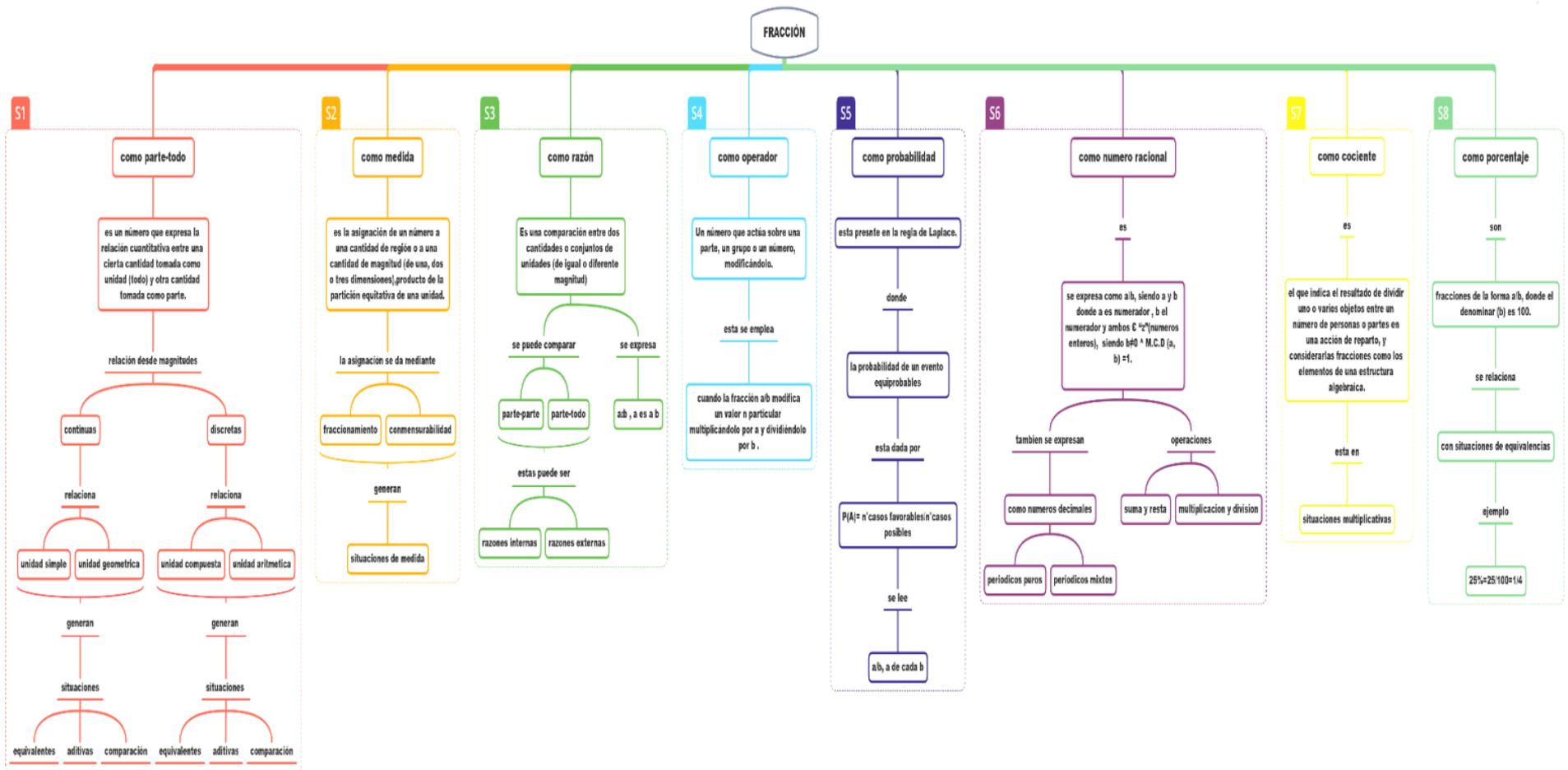


Figura 2.

Mapa conceptual: Diferentes representaciones asociadas a las fracciones.

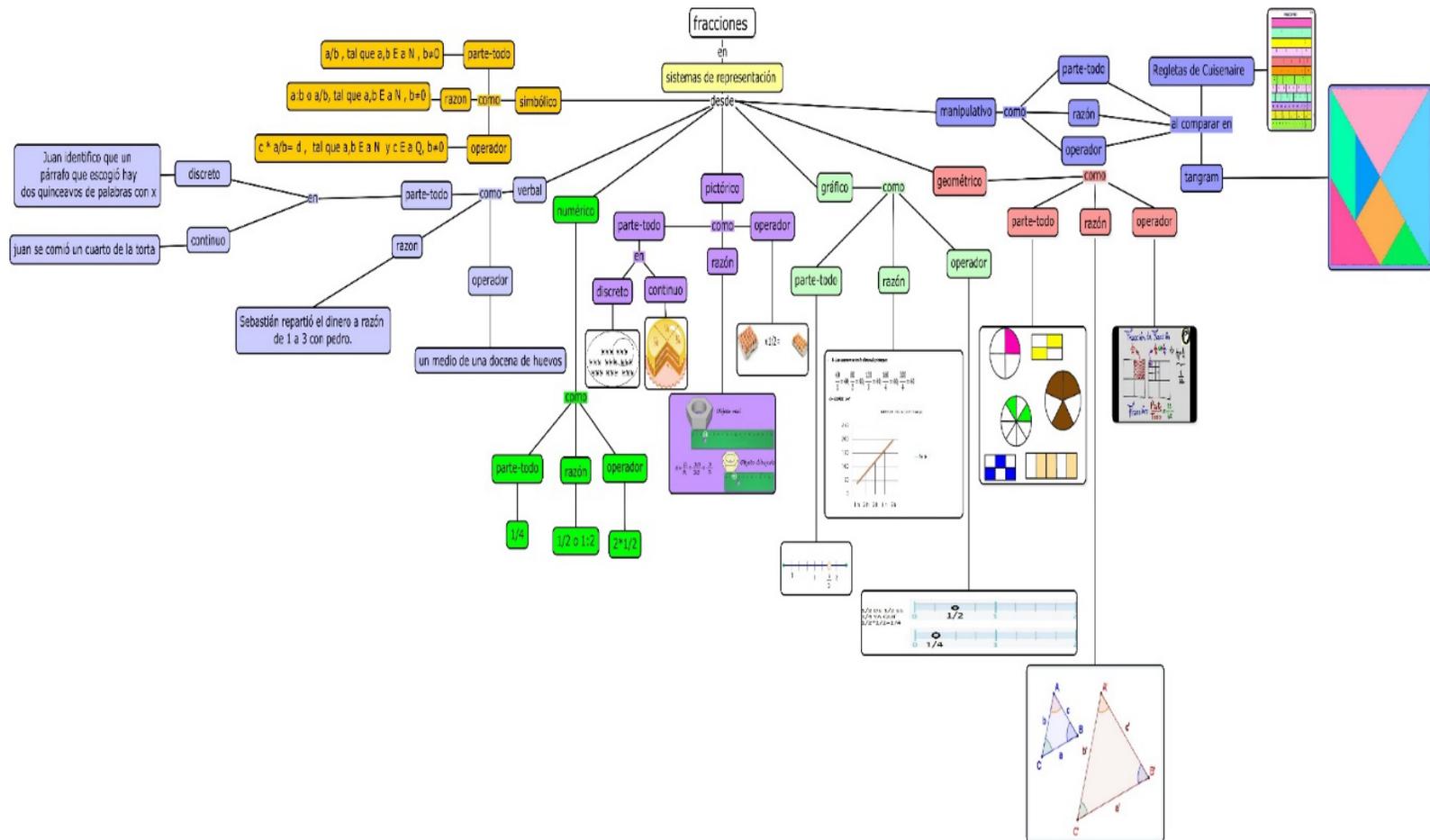


Tabla 1.
Fenomenología asociada al concepto fracción.

Significado de la Fracción	Fenómenos	Problemas al que Responde	Contextos Fenomenológicos
Parte-todo	Reconocer que el todo es divisible a partir de divisiones sucesivas de la unidad geométrica	¿Qué particiones son partes iguales? ¿Porque las divisiones simples del todo? ¿Cómo hacer divisiones del todo dividiendo las partes? ¿Hasta en cuantas partes se puede dividir la unidad?	Contextos continuos
	Identificar que las partes son divisibles a partir de divisiones sucesivas de la unidad geométrica	¿Porque las divisiones del todo dividiéndola en partes? ¿Hasta en cuantas partes se puede dividir cada parte? ¿Cuántas partes forman el todo si una parte se divide en n partes?	
	Comparar partes del todo mediante superposiciones	¿Cuál parte es más grande que otra superponiéndolas? ¿Cuáles partes son iguales que otra superponiéndolas? ¿Qué partes del todo son iguales mediante superposición?	
	Comparar de partes del todo a partir de procesos de conteo	¿Qué relaciones numéricas hay entre las partes y el todo? ¿Qué relaciones numéricas hay entre un conjunto de partes y el todo? ¿Qué relaciones hay entre las partes y el todo a partir de su representación numérica?	
	Establecer relación geométrica entre las partes	¿Cuándo geoméricamente una fracción es mayor o menor que otra utilizando regiones congruentes? ¿Cuándo geoméricamente una fracción es mayor o menor que otra utilizando regiones NO congruentes? ¿Cuándo geoméricamente las fracciones son equivalentes utilizando regiones congruentes? ¿Cuándo geoméricamente las fracciones son equivalentes utilizando regiones NO congruentes?	
	Reconocer que el todo es divisible en finitas partes a partir de divisiones sucesivas de la unidad aritmética	¿Por qué de las particiones del conjunto en partes iguales? ¿De cuantas formas se puede dividir la unidad en partes iguales?	Contextos discretos
	Comparar partes del todo a partir de procesos de conteo	¿Porque la cantidad de elementos que tendría el todo se obtiene a partir de la cantidad de elementos de un conjunto de partes? ¿Por qué de la razón de la parte o partes respecto al todo? ¿El porqué del significado de la cantidad de magnitud respecto al todo?	
	Identifica que el todo está conformado por partes	¿Cómo construir el todo a partir de un subconjunto? ¿Cuántas partes tiene un conjunto?	
	Establece relaciones entre las partes y el todo	¿Cómo identifica el todo a partir de una parte dada? ¿Cómo identifica el todo a partir de un subconjunto de partes dado? ¿Cuántas partes	

		forman el todo si una parte se divide en n partes?	
	Identifica que las partes del todo no son divisibles sucesivamente, en espacios discretos	¿Hasta en cuantas partes se puede dividir cada parte? ¿Porque las partes tienen divisiones finitas? ¿Cuántas partes forman el todo si una parte se divide en n partes?	
Razón	Reconocer la relación lineal entre dos magnitudes	¿Cómo cambia una magnitud respecto a la otra? ¿Cuál es la pendiente de la línea recta? ¿Cuál es la relación entre las 2 magnitudes?	Contextos de cambio
	Reconocer la razón de cambio en las transformaciones isomórficas	¿Cómo cambia una imagen respecto a la pre imagen? ¿Cómo realizar una figura semejante a otra? ¿Cómo es la razón de cambio 2 figuras geométricas semejantes? ¿Cuáles son las transformaciones isomórficas?	
	Identificar la razón de cambio en escalas gráficas y numéricas	¿Qué medida usar a realizar un plano? ¿Cuál es la razón de cambio entre una imagen normal y otra a escala? ¿Cuál es la relación entre un la imagen real y otro a escala?	
	Establecer relaciones de proporcionalidad inversa o directa entre magnitudes	¿Cuál es la razón entre dos magnitudes? ¿Qué pasa cuando 2 razones son iguales? ¿Cuál magnitud crece en la misma proporción respecto a otra? ¿Cuál magnitud decrece en la misma proporción respecto a otra? ¿Cuándo 2 magnitudes son inversamente proporcionales? ¿Cuándo 2 magnitudes son directamente proporcionales?	Contextos de comparación
	Reconocer la correlacionalidad inversa o directa entre magnitudes	¿Cómo es la razón de cambio entre dos magnitudes correlacionales? ¿Cuál magnitud crece con respecto a otra? ¿Cuál magnitud decrece con respecto a otra?	
	Establece comparaciones entre magnitudes llegando a una relación entre ellas	¿Este tronco es más grande que? ¿Este es más pequeños comparado con su cabeza? ¿el área de esta figura es más grande que? ¿Cuándo una razón es externa? ¿Cuándo razón es interna?	
Operador	Reconocer el transformador multiplicativo como un agrandador o achiquitador de una cantidad y magnitud	¿Cuánta cantidad quedo de? ¿Cuál es la superficie de? ¿Qué parte de algo debo tomar? ¿Cuál es resultado de multiplicar n por a/b?	Contextos multiplicativos
	Relacionar una cantidad de magnitud desde su estado inicial a un estado final	¿Qué cantidad de magnitud quedo? ¿Qué cantidad debo tomar? ¿sobra cantidad?	
	Relacionar una cantidad de magnitud desde su estado final hacia un estado inicial	¿Qué cantidad inicial había? ¿Qué cantidad se tomó? ¿Cuánto tenía? ¿Cómo se dividió la cantidad?	

Establecer patrones de medida mediante la división de la unidad	¿Cuánto mide comparado con? ¿Qué tan largo es? ¿Qué tan ancho es comparado con? ¿Cómo es la medida comparada con?	Contexto de Medición
Reconocer la fracción unitaria como mediad fraccionaria	¿Cómo dividir una unidad de medida para obtener una subunidad de medida? ¿cómo tomar la fracción unitaria 1/n como subunidad de medida?	

Resultados referidos al análisis cognitivo

Una vez desarrollado el análisis didáctico del contenido, se realizó el análisis didáctico cognitivo en el que se definió el objetivo de aprendizaje, las capacidades que se esperaban lograr activar en los escolares, así como las competencias matemáticas a la que se esperaba contribuir con la aplicación de la tarea matemática. En la tabla 2 se registra la información lograda.

Tabla 2.
Objetivos de aprendizaje, capacidades y competencias asociadas al concepto fracción.

OA	Descripción	Cap.	Descripción	Competencias matemáticas										
				PR	A	C	M	PRP	RP	ULS	UHR			
O1	Reconocer el significado de la fracción como parte - todo a partir de la unidad geométrica en situaciones de comparación de relaciones entre las partes y el todo, entre las partes y las partes de partes en contextos de magnitudes continuas mediante el uso de material manipulativo.	C1	Identifica que el todo es divisible a partir de divisiones sucesivas de la unidad geométrica	x	x								x	
		C2	Identifica que las partes son divisibles a partir de divisiones sucesivas de la unidad geométrica	x	x									x
		C3	Compara partes mediante superposiciones					x		x				
		C4	Compara partes visualmente					x		x				x
		C5	Compara partes a partir de procesos de conteo					x		x				
		C6	Identifica relaciones geométricas entre las partes			x				x				
		C7	Identifica relaciones aritméticas entre las partes			x				x		x		
		C8	Identifica relaciones estableciendo razones entre las partes			x				x				
		C9	Aporté ideas al trabajo en equipo											x
		C10	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna											x

			dificultad en algún tema.					
		C11	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.				x	
		C12	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas				x	
		C13	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.				x	
		C14	Me esforcé por realizar las actividades con calidad.				x	
O2	Reconocer el significado de la fracción como parte-todo a partir del reconocimiento de la unidad aritmética a través de la comparación estableciendo relaciones entre las partes y el todo, entre las partes y las partes de partes en contextos de magnitudes discretas mediante el uso material manipulativo	C15	Identifica que el todo es divisible en finitas partes a partir de divisiones sucesivas de la unidad aritmética	x	x	x		x
		C16	Identifica que las partes del todo no son divisibles sucesivamente en espacios discretos	x	x		x	
		C17	Identifica que el todo está conformado por partes	x			x	x
		C18	Establece relaciones entre las partes y el todo	x			x	x
		C19	Identifica relaciones aritméticas entre las partes	x			x	x
		C20	Relaciona partes a partir de procesos de conteo				x	x
		C21	Identifica relaciones estableciendo razones entre las partes	x			x	x
		C22	Identifica relaciones entre fracciones equivalentes entre unidades geométricas y unidades aritméticas	x			x	x
		C23	Aporté ideas al trabajo en equipo				x	
		C24	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.				x	
		C25	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.				x	

	C26	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas		x			
	C27	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.			x		
	C28	Me esforcé por realizar las actividades con calidad.				x	
O3	Reconocer la fracción como transformador multiplicativo (índice de comparación) de una cantidad de magnitud a través de representaciones verbales, gráficas y simbólicas en contextos de medida y comparación.	C41	Reconoce desde la representación verbal en situaciones cotidianas de conjuntos discretos o continuos la relación entre cantidades de magnitud haciendo uso de la fracción como índice de comparación.	x		x	
		C42	Halla la cantidad transformada en conjunto discreto o continuos conociendo la fracción como índice de comparación y la cantidad inicial, haciendo uso de representaciones gráficas y simbólicas.	x		x	x
		C43	Halla en un conjunto discreto o continuo la fracción como índice de comparación conociendo el conjunto inicial y la cantidad transformada haciendo uso de representaciones gráficas y simbólicas.	x		x	x
		C44	Halla la cantidad inicial en un conjunto discreto o continuo cuando conoce la fracción como índice de comparación y la cantidad transformada haciendo uso de representaciones gráficas y simbólicas.	x		x	x
		C45	Establece relaciones entre cantidades transformadas y la cantidad inicial a través del uso de la	x	x	x	x

		fracción como índice de comparación en situaciones cotidianas					
	C46	Halla de una cantidad inicial una cantidad transformada y de esta cantidad otra, haciendo uso de fracciones como índice de comparación en situaciones cotidianas utilizando representaciones gráficas y simbólicas	x			x	x
	C47	Plantea situaciones en que use la fracción como índice de comparación.	x	x	x	x	x
	C48	Aporté ideas al trabajo en equipo			x		
	C49	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.			x		
	C50	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.			x		
	C51	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas			x		
	C52	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.			x		
	C53	Me esforcé por realizar las actividades con calidad.			x		
O4		Conocer el significado de la fracción como razón desde situaciones de comparación estableciendo relaciones entre magnitudes para la resolución de problemas cotidianos mediante representaciones pictórica, gráfica y verbal.					
	C29	Establece comparaciones entre magnitudes llegando a una relación entre ellas	x	x	x		x
	C30	Identifica cuando una razón es interna	x	x			
	C31	Identifica cuando una razón es externa	x	x			
	C32	reconoce correlacionalidad inversa o directa entre magnitudes	x	x		x	
	C33	Conoce cuando las magnitudes son inversamente o directamente proporcionales	x	x	x	x	

C34	Expresa situaciones problemas en representaciones pictórica, gráfica y verbal.	x	x	x
C35	Aporté ideas al trabajo en equipo	x		
C36	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.	x		
C37	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.	x		
C38	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas	x		
C39	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.	x		
C40	Me esforcé por realizar las actividades con calidad.	x		

Resultados referidos al análisis de instrucción

Al finalizar el análisis de contenido y cognitivo, se procedió a realizar el análisis de la instrucción, sustentado en el diseño de Tareas Matemáticas que movilizaran el aprendizaje de la fracción desde tres significados: parte todo, operador y la fracción como razón, en el documento se presenta el diseño de la tarea asociada al significado de la fracción como operador.

Nombre de la tarea “Transformando con fracciones”

Abordar el significado de la fracción como operador

Componentes de la tarea:

a. Requisitos para el desarrollo de la tarea:

De tipo conceptual: se espera que el escolar tenga conocimientos asociados a:

- Reconocer el conjunto de números naturales.
- Realizar operaciones de números naturales.
- Identificar que es un conjunto o una colección.
- Reconocer figuras geométricas básicas y sus características.
- Reconocer que es una magnitud.
- Reconocer la fracción como parte-todo.

De tipo procedimental: se espera que el escolar reconozca la fracción como operador haciendo uso recursos didácticos tales como fichas de colores, cubitos y canicas, los cuales favorecen durante el desarrollo de la tarea la identificación transformaciones de cantidades de magnitud a través de la fracción como operador, mediante el conteo, particiones y el establecimiento de relaciones del estado inicial de una magnitud y su estado final y viceversa.

b. Meta:

Reconocer la fracción como transformador multiplicativo (índice de comparación) de una cantidad de magnitud a través de representaciones verbales, gráficas y simbólicas en contextos de medida y comparación.

c. Materiales y recurso didáctico:

Recurso didáctico: fichas de colores, Canicas.

Material didáctico: colores, lápiz y borrador, material fotocopiado, vasos plásticos, caja de cartulina.

d. Agrupamiento:

Pequeños grupos (2 escolares), con el propósito de establecer la negociación de significados.

e. Interacción (Participación del profesor y de los escolares):

A1: El profesor socializa con los escolares el objetivo de aprendizaje:

Reconocer la fracción como transformador multiplicativo (índice de comparación) de una cantidad de magnitud a través de representaciones verbales, gráficas y simbólicas en contextos de medida y comparación.

A2: El profesor socializa las situaciones de aprendizaje:

Situación uno “separando canicas”: Cada pareja trabajó con veinticuatro canicas y cuatro recipientes (vasos plásticos), la actividad consistió en reconocer los conocimientos previos de la fracción como parte-todo en contextos discretos, mediante el reparto de las canicas en los vasos para cada situación planteada, donde los escolares mediante procesos de conteos finitos y particiones establecen relaciones entre el todo y las partes, las partes y las partes de la unidad aritmética.

Situación dos” operando con fichas y pimpones”: Esta situación consistió en el planteamiento de una serie de actividades con las cuales se buscó que los escolares comprendan el significado de la fracción como operador a modo de transformador multiplicativo (agrandador o achicador) de una cantidad de magnitud discreta mediante el reconocimiento de la cantidad inicial, fracción transformadora o índice de comparación y la cantidad transformada en situaciones que involucren un estado inicial a uno final de una cantidad magnitud con el uso del material didáctico fichas y pimpones a través del conteo, la comparación, el seguimientos de reglas y la resolución de problemas.

Situación tres “parcelando la finca de Pedro”: se presentó una situación problema cercana a los escolares dentro del contexto continuo, donde mediante el concepto de fracción como operador se realizarán procesos de transformaciones de cierta cantidad de hectáreas de una finca conllevando de un estado final a uno inicial y viceversa, para conocer el número de hectáreas sembradas de determinadas hortalizas mediante el reconocimiento de la cantidad inicial, fracción transformadora o índice de comparación y la cantidad transformada.

Situación cuatro “distribuyendo la granja de María”: En esta situación se presentó una serie de datos referidos a la granja de María donde los escolares a través de esta información debieron formular una situación que involucre el uso de la fracción como índice de comparación, desde una cantidad inicial a una transformada y viceversa en contextos continuos y discretos, esto con el fin de que desarrollarán competencias de modelización y planteamiento de problemas.

f. Temporalidad:

Momento 1. Socialización del propósito de la tarea: 10 minutos.

Momento 2. Desarrollo de la tarea: 50 minutos.

Momento 3. Puesta en común y acuerdos: 40 minutos

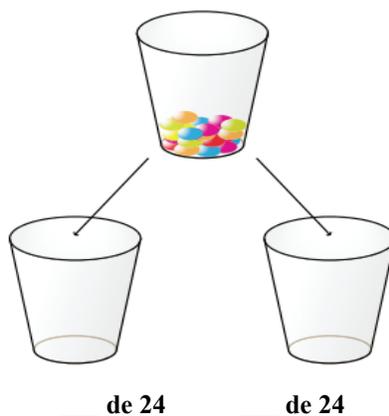
Momento 4. Formalización de conocimientos: 20 minutos

g. Actividades asociadas al “momento inicial de la clase” (A. Diagnostica): Qué sabemos: explorar conocimientos previos.

Debido a que está tarea de aprendizaje “Transformando con fracciones” relaciona conceptos de la fracción como parte-todo visto por los escolares en la tarea anterior (“Aprendiendo las fracciones desde el todo y las partes”), se planteó una situación del contexto cotidiano de ellos, haciendo uso de recursos como canicas y vasos, que permitieran establecer reparticiones de canicas mediante el proceso de conteo y particiones relacionando el todo con sus partes y las partes con las partes, con el propósito de explorar los conocimientos previos sobre la fracción como parte-todo.

Situación uno “separando canicas”: Cada pareja trabajó con veinticuatro canicas y cuatro recipientes (vasos plásticos), la actividad consistió en seguir los pasos de reparto de las canicas en los vasos para cada situación y responder una serie de preguntas, actividad debe ser graficada.

1. **Reparta las veinticuatro canicas en dos partes iguales.**

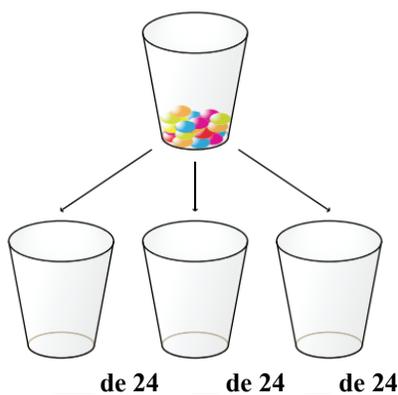


P1: ¿Qué cantidad de canicas hay en cada recipiente?

P2: ¿Qué fracción representa la cantidad de canicas que hay en cada recipiente respecto al total de las canicas?

P3: ¿Qué conclusión sacarían respecto a la relación entre la cantidad de canicas en cada recipiente (parte) y el total de canicas (todo)?

2. **Reparta las canicas en tres partes iguales.**



P4: ¿Qué cantidad de canicas hay en cada recipiente?

P5: ¿Qué fracción representa la cantidad de canicas que hay en cada recipiente respecto al total de las canicas?

P6: ¿Qué conclusión sacarían respecto a la relación entre la cantidad de canicas en cada recipiente (parte) y el total de canicas (todo)?

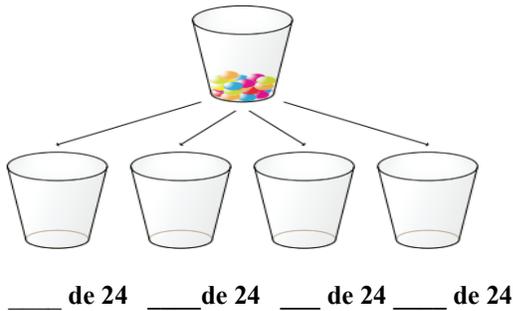
Si toman dos de los tres recipientes. Respondan:

P7: ¿Qué cantidad de canicas contiene los dos recipientes?

P8: ¿Qué fracción representa la cantidad de canicas que hay en los dos recipientes respecto al total de las canicas?

P9: ¿Qué conclusión sacarían respecto a la relación entre la cantidad de canicas de los dos recipientes (partes) y el total de canicas (todo)?

3. **Reparta las canicas en cuatro partes iguales.**



P10: ¿Qué cantidad de canicas hay en cada recipiente?

P11: ¿Qué fracción representa la cantidad de canicas que hay en cada recipiente respecto al total de las canicas?

P12: ¿Qué conclusión sacarían respecto a la relación entre la cantidad de canicas en cada recipiente (parte) y el total de canicas (todo)?

Si ahora tomamos dos de los cuatro recipientes, respondan:

P13: ¿Qué cantidad de canicas contiene los dos recipientes?

P14: ¿Qué fracción representa la cantidad de canicas que hay en los dos recipientes respecto al total de las canicas?

P15: ¿Qué conclusión sacarían respecto a la relación entre la cantidad de canicas de los dos recipientes (partes) y el total de canicas (todo)?

Si toman tres de los cuatro recipientes, respondan:

P16: ¿Qué cantidad de canicas contiene los tres recipientes?

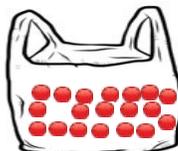
P17: ¿Qué fracción representa la cantidad de canicas que hay en los tres recipientes respecto al total de las canicas?

P18: ¿Qué conclusión sacarían respecto a la relación entre la cantidad de canicas de los tres recipientes (partes) y el total de canicas (todo)?

h. Actividades asociadas al momento “desarrollo de la clase” (A. aprendizaje): Qué estamos aprendiendo.

Para esta actividad se abordó el significado de la fracción como operador desde la relación entre la cantidad inicial y la cantidad transformada para acercar a los escolares al concepto de fracción como un transformador multiplicativo o índice de comparación.

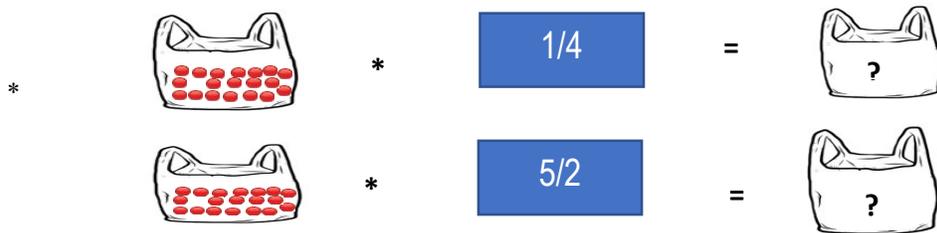
Situación dos “operando con fichas y pimpones”: Esta situación buscó que los escolares comprendan el significado de la fracción como operador y como un transformador multiplicativo desde un estado inicial a uno final mediante el uso del material didáctico: fichas de colores y pimpones, en la cual, mediante el conteo, el seguimiento de ciertas reglas y la resolución de problemas relacionen el estado inicial a uno final de una cantidad de magnitud discreta, además que reconozcan la fracción transformadora o como índice de comparación. Los escolares trabajaron en parejas, cada grupo tuvo tres bolsas de fichas de colores amarillo, rojo y azul, una con 30, 20 y 10 fichas respectivamente, como se muestra a continuación, seguidamente debieron resolver las situaciones planteadas.



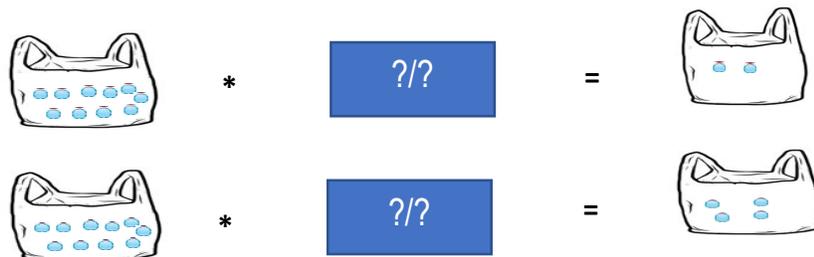
S1: Tomen la bolsa de fichas de color amarillo como cantidad inicial, después opérenla con la fracción indica (índice de comparación) y encuentren la cantidad de fichas amarillas que van en la bolsa final (cantidad transformada). Exprésenla de forma verbal y pictórica.



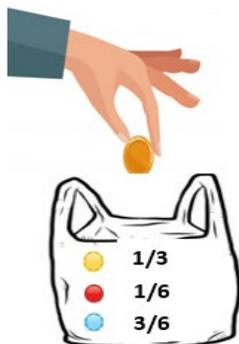
S2: Tomen la bolsa de fichas de color rojo como cantidad inicial, después opérenla con la fracción indica (índice de comparación) y encuentren la cantidad de fichas rojas que van en la bolsa final (cantidad transformada). Exprésenla de forma verbal y pictórica.



S3: Tomen la bolsa de fichas de color azul como cantidad inicial y como cantidad transformada la que se indique, después hallen la fracción transformadora o índice de comparación. Exprésenla de forma verbal y numérica.



S4: En una bolsa el escolar Brayan, deposita 60 fichas de tres colores (amarillas, rojas y azules), analiza la siguiente situación y después responde, $1/6$ son color de rojo, $1/3$ son de color amarillo y $3/6$ son azules.



A continuación, respondan las siguientes preguntas teniendo la situación planteada anteriormente.

RECUERDA:

- El denominador indica el número de partes en que se fracciona una cantidad inicial.
- El numerador me indica la cantidad de partes que debo tomar de la cantidad inicial.

A continuación, responden las sí:

P11: Si hay una sola bolsa grande de 60 fichas, entonces ¿cuántas bolsas pequeñas debo conformar, si me interesa conocer cuántas fichas rojas hay, si me indican que es un $\frac{1}{6}$ de la cantidad inicial? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P12: ¿Cuántas fichas rojas debo colocar en cada bolsa? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P13: Si deseo conocer finalmente cuantas fichas rojas hay, entonces ¿Qué debería hacer? y ¿entonces a que repuesta llegaste? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P14: Si hay una sola bolsa grande de 60 fichas, entonces ¿cuántas bolsas pequeñas debo conformar, si me interesa conocer cuántas fichas amarillas hay, si me indican que es un $\frac{1}{3}$ de la cantidad inicial? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P15: ¿Cuántas fichas amarillas debo colocar en cada bolsa? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P16: Si deseo conocer finalmente cuantas fichas amarillas hay, entonces ¿Qué debería hacer? y ¿entonces a que repuesta llegaste? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

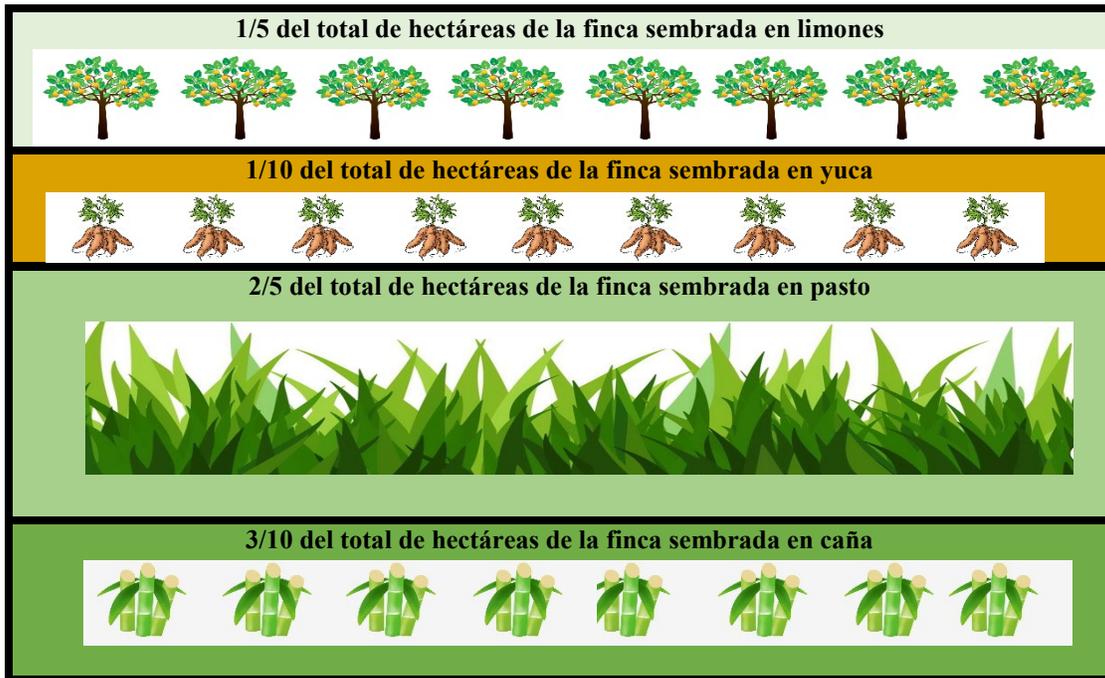
P17: ¿Cuántas bolsas pequeñas debo conformar, si me interesa conocer cuántas fichas azules hay, si me indican que es un $\frac{3}{6}$ del total? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P18: ¿Cuántas fichas azules debo colocar en cada bolsa? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

P19: Si deseo conocer finalmente cuantas fichas azules hay, entonces ¿Qué debería hacer? y ¿entonces a que repuesta llegaste? Expresas la respuesta de forma verbal, numérica y gráfica.

Situación tres “parcelando la finca de Pedro”: se presentó una situación problema cercana a los escolares dentro del contexto continuo, donde mediante el concepto de fracción como operador se realiza procesos de transformaciones de una cantidad de hectáreas de una finca desde su estado final a uno inicial y viceversa, para conocer el número de hectáreas sembradas de determinadas hortalizas.

Pedro tiene una finca parcelada por hectáreas, la cual cuenta con la siguiente distribución $\frac{1}{10}$ sembrado en yuca, $\frac{1}{5}$ sembrado en limoneros, $\frac{2}{5}$ en pasto y el resto en caña de azúcar.



P1: Pedro sabe que $\frac{2}{5}$ de las hectáreas de su finca, son cuatro hectáreas de pasto, entonces ¿cuántas hectáreas tiene la finca de Pedro? Escribe el proceso que realizaste para saber la cantidad de hectáreas que tiene la finca de Pedro.

P2: ¿Cuántas hectáreas de caña dulce tienen sembradas Pedro en su finca?

P3: ¿Cuántas hectáreas de árboles de limón tiene sembradas Pedro en su finca?

P4: ¿Cuántas hectáreas de yuca tiene sembradas Pedro del total de hectáreas de su finca?

P5: Pedro sabe que la finca de su vecino Juan tiene 50 hectáreas, si Pedro compra un $\frac{1}{4}$ de la finca de Juan y siembra $\frac{2}{5}$ de las hectáreas compradas en plátano ¿Cuántas hectáreas de plátano sembró Pedro? Realiza el procedimiento y el gráfico para esta situación.

i. Actividades asociadas al momento “cierre de la clase” (A. evaluación): Lo que aprendimos

Para este momento de la clase, se planteó una actividad en la que los escolares a partir de una serie de datos formulen una situación entorno al significado de la fracción como operador.

Situación cuatro “distribuyendo la granja de María”: con la información suministrada, los escolares formularon una situación que involucre el uso de la fracción como índice de comparación, desde una cantidad inicial a una transformada y viceversa en contextos continuos y discretos.

Con la siguiente información sobre la granja de María formulen y resuelvan una o dos situaciones problemas en los cuales involucren contextos continuos y discretos con los siguientes aspectos:

1. Partir de una cantidad inicial a cantidad transformada.
2. Partir de una cantidad transformada a una cantidad inicial.
3. Encontrar la fracción transformada o índice de comparación a partir de la cantidad inicial y de la cantidad transformada.

INFORMACIÓN SOBRE LA GRANJA DE MARÍA

- Tiene 16 hectáreas distribuidas entre casa, cultivos, galpones para gallinas y lagos.
- Los cultivos sembrados son papaya, naranjas, pasto, plátano y yuca.
- Tiene 140 gallinas dentro las cuales hay gallinas ponedoras, gallinas de engorde y gallinas de cría.
- Tiene 3 lagos uno para cachama, uno para mojarra y otro para sábalo.

CONCLUSIONES

- El proyecto de investigación permitió reconocer la necesidad en que los profesores de matemáticas indaguen y se fundamenten en el contenido matemático escolar como punto de partida para el diseño didáctico, donde el análisis de contenido constituyó una herramienta importante para desarrollar este proceso. Desde esta perspectiva, la investigación valida los aportes de Gómez (2007) y Romero et al. (2013), respecto a la necesidad de identificar la diversidad de significados que pueden tener los contenidos matemáticos, las distintas formas de ser representados y los diferentes fenómenos que le dan sentido.
- El Análisis Didáctico desarrolla la competencia de planificación curricular que permite al profesor de matemáticas diseñar, desarrollar y evaluar el contenido matemático a gestionar en el aula de clases, donde se puede prever los elementos, tiempos y condiciones ideales para el proceso de gestión de una unidad didáctica. En esta perspectiva la investigación permitió validar la importancia en que los profesores de matemáticas antes de llevar al aula los contenidos matemáticos para ser aprendidos por los escolares, debe definir previamente que espera que aprendan (objetivos de aprendizaje), que esperan sean capaces de hacer (capacidades) y cómo articular esos saberes con el mundo de las matemáticas y la comprensión de la vida cotidiana desde las matemáticas (competencias). Además, el profesor debe prever el diseñar materiales y recursos didácticos que favorezca el aprendizaje en los escolares. Igualmente, el profesor debe diseñar tareas matemáticas sustentadas desde las necesidades y posibilidades de los contextos sociales y culturales de los escolares, tareas que promuevan el alcance de los objetivos de aprendizaje, la activación de capacidades y el fortalecimiento de competencias matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Bordas, M., y Cabrera, F. (2001). Estrategias de Evaluación de Aprendizaje. Revista Española de Pedagogía, 25-48. Recuperado de: <https://revistadepedagogia.org/wp-content/uploads/2007/06/218-02.pdf>
- Cañadas, M. C; Gómez, P. y Pinzón, A. (2016). Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD 5. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/8529/1/160919_Apuntes_V10.pdf
- Cañadas, M. C.; Gómez, P. y Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En Gómez, Pedro (Ed.), Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares (pp. 53-112). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/11904/1/Canadas2018Analisis.pdf>
- Calderón, D. y Quiroz, K. (2018). Las fracciones y sus usos desde la teoría modos de pensamiento. Universidad de Medellín, Facultad de Ciencias Sociales y Humanas. Medellín, Antioquia, Colombia. Recuperado de: https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/4977/T_ME_282.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Carr, D. (2005). El Sentido de la Educación. Una introducción a la filosofía y a la teoría de la educación y de la enseñanza. Barcelona: Editorial Graró.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2003). Evaluación educativa y promoción escolar. Editorial Pearson. Madrid, España.
- Christiansen, B. y Walther, G. (1986). Task and activity. En B. Christiansen y A. G. Howson (Eds.), Perspectives on mathematics education (pp. 243-307). Dordrecht: Kluwer.
- Carretero, R.; Coriat, M y Nieto, P. (1995). Secuenciación, Organización de Contenidos y Actividades de Aula. En: Junta de Andalucía (ed.). Materiales Curriculares: Educación Secundaria. v. 17. Junta de Andalucía: Sevilla, 1995. p. 65-173.
- Eisner, E. (2002). La escuela que todos necesitamos. Barcelona: Paidós.
- Fandiño, M. I. (2005). Le frazioni. Aspetti concettuali e didattici. Editorial Pitágora. Italia.
- Flores, P.; Gómez, P. y Marín, A. (2013). Apuntes sobre análisis de instrucción. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/2061/1/ApuntesModulo4MAD.pdf>
- Flores, Á., y Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, haciendo Matemática: la evaluación en el aula. Educación Matemática, 29(2), 117-142. Recuperado de: <https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a5.pdf>
- Freire, P. (2002). Pedagogía de la Autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa. México: Siglo XXI Editores.
- Freudenthal, H. (1994). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. México DF: CINVESTAV-IPN, pp 8-20.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/444/1/Gomez2007Desarrollo.pdf>
- Gómez, P. (2014). Apuntes sobre la noción de currículo. Módulo 1 de MAD 3. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/6452/2/Apuntes_Modulo1_M5.pdf
- Giné, N. y Llena, A. (2003). Planificación y análisis de la práctica educativa. La secuencia formativa: fundamentos y aplicación. Editorial Graó. Serie Biblioteca de Aula. Barcelona, España.
- González, M. y Gómez, P. (2013). Módulo 3. Análisis Cognitivo. Universidad de los Andes. Bogotá. <https://core.ac.uk/download/pdf/33252985.pdf>.
- Gómez, P., Flores, P. y Marín, A. (2014). Análisis de Instrucción. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/12342338.pdf>

- Gómez, P. y Rico, L. (2002). Análisis didáctico, conocimiento didáctico y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Documento no publicado (Informe). Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/376/1/GomezP02-2715.PDF>
- Hurtado, E., Ochoa, M., & Triviño, J. (2016). Diseño, gestión y evaluación de un programa de formación de profesores de matemáticas y física. Editorial Universidad de la Amazonia. Florencia, Caquetá.
- Litwin, E. (2005). La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza. En A. Camilloni, La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo (págs. 11 - 34). Buenos Aires: Paidós.
- Mancera, E. (1992). Significados y significantes relativos a las fracciones. Educación Matemática 4 (2), 30-54. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/9540/1/Significados1992Mancera.pdf>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2014). Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Resultados y Contexto 2012. Madrid. Recuperado de: <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:d5e1e2e2-37bd-4619-a68f-346ed8132b04/pisa2012.pdf>
- Moreno, I., & Ortiz, J. (2008). Docentes de Educación Básica y sus concepciones acerca de la evaluación en matemática. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 1(1), 141 - 154. Recuperado de: <https://revistas.uam.es/riee/article/view/4687>
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. Revista EMA, Vol. 8, No. 2, 157-182. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99_Obando2003La_RevEMA.pdf
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), Investigación en educación matemática (pp. 209-218). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1254/1/Perera2008Propuesta_SEIEM_209.pdf
- Popham, J. (1990). Modern educational Measurement: a practitioner's perspective. Boston: Prentice Hall.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Coord.), La Educación Matemática. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/522/1/RicoL97-2529.PDF>.
- Romero, I. y Gómez, P. (2013). Apuntes sobre análisis de actuación. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/2107/1/ApuntesModulo5MAD.pdf>
- Stenhouse, L. (1984). Investigación y desarrollo del curriculum. Traducido por Alfredo Guera Miralles. Ediciones Morata. Quinta Edición – 2003. Madrid, España.
- Stiggins, R. (2002). Assessment Crisis: The absence of assessment for Learning. Phi Delta Kappan, 758-765. Recuperado de: <https://beta.edtechpolicy.org/CourseInfo/edhd485/AssessmentCrisis.pdf>
- Valdemoros, M. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de las fracciones. Reunión Latinoamericano de Matemática Educativa (RELME), Vol. 13, 4-11. República Dominicana. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/335/33558827012.pdf>
- Quiroz, B. y Vanegas, J. (2009). Las fracciones como medidor, partidor y operador. Facultad de Educación. Universidad de Antioquía. Medellín, Colombia. Recuperado de: https://bibliotecadigital.udea.edu.co/dspace/bitstream/10495/27717/1/QuirozBibiana_2009_FraccionesMedidorOperador.pdf
- Zambrano, A. (2014). Prácticas evaluativas para la mejora de la calidad del aprendizaje: Un estudio contextualizado en La Unión-Chile. Bellaterra, Chile: Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado de: <https://ddd.uab.cat/record/127659>